



## Alignement d'Interférence Opportuniste avec des Terminaux Multi-antennes

Samir M. Perlaza, Nadia Fawaz, Samson Lasaulce, Merouane Debbah

### ► To cite this version:

Samir M. Perlaza, Nadia Fawaz, Samson Lasaulce, Merouane Debbah. Alignement d'Interférence Opportuniste avec des Terminaux Multi-antennes. GRETSI-09, Sep 2009, France. 4 p. hal-00447041

**HAL Id: hal-00447041**

**<https://hal-centralesupelec.archives-ouvertes.fr/hal-00447041>**

Submitted on 14 Jan 2010

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# Alignement d'Interférence Opportuniste avec des Terminaux Multi-antennes

Samir M. PERLAZA<sup>1</sup>, Nadia FAWAZ<sup>2,4</sup>, Samson LASAULCE<sup>3</sup>, Mérouane DEBBAH<sup>4</sup>

<sup>1</sup>France Telecom R&D, Orange Labs - Paris. 38, 40 rue du Général Leclerc. 92794, Issy, cedex 9. France

<sup>2</sup>Research Laboratory of Electronics. Massachusetts Institute of Technology (MIT). Cambridge, Massachusetts, MA-02139, USA

<sup>3</sup>L2S - CNRS – SUPELEC – Paris 11. 91190 Gif-sur-Yvette, France

<sup>4</sup>Alcatel Lucent Chair in Flexible Radio at SUPELEC. 91190 Gif-sur-Yvette, France

samir.medinaperlaza@orange-ftgroup.com, nfawaz@mit.edu, lasaulce@lss.supelec.fr,  
Merouane.Debbah@supelec.fr

**Résumé** – Nous décrivons un schéma d'alignement d'interférence non-coopératif qui permet la coexistence dans la même bande de fréquences d'une liaison multi-entrées-multi-sorties (MIMO) point-à-point opportuniste avec une autre liaison point-à-point MIMO primaire sans dégrader les performances de la dernière. Notre technique exploite le fait que la liaison primaire est limitée en puissance de transmission et en même temps, maximise son débit en utilisant une allocation de puissance du type water-filling. Il est donc possible de trouver des directions spatiales laissées inutilisées par la liaison primaire. Nous proposons une technique de construction de signal pour recycler ces ressources spatiales et aussi un schéma d'allocation de puissance qui maximise le débit des liaisons opportuniste. Une analyse sous l'hypothèse d'un grand nombre d'antennes permet de déterminer asymptotiquement le débit maximal du système secondaire. D'après cette analyse, on établit qu'en utilisant notre technique, le système secondaire est capable d'atteindre des débits de transmission du même ordre que la liaison primaire.

**Abstract** – We describe a non-cooperative interference alignment (IA) technique which allows an opportunistic multiple input multiple output (MIMO) link to harmlessly co-exist with another (primary) MIMO link in the same frequency band. Our technique exploits the fact that the primary link is power-limited and aims to maximize its data rate by using a water-filling power allocation scheme. Hence, it is possible to find unused spatial directions which can be recycled by an opportunistic link. We provide both the signal processing scheme to perform interference alignment and the power allocation scheme which maximizes the data rate of the opportunistic link. We study the capacity of the system in the regime of large number of antennas. This analysis leads us to the conclusion that depending on the signal to noise ratio (SNR) of both systems and the ratio between the transmit and receive antennas, the opportunistic transmitter might achieve data rates of the same order of the primary system.

## 1 Introduction

Un lien multi-entrées-multi-sorties (MIMO) sans interférences avec une connaissance parfaite de l'état du canal à l'émetteur et au récepteur peut être rendu équivalent à plusieurs sous-canaux orthogonaux où ses gains sont les valeurs propres de la matrice de transfert du canal [1]. En utilisant ce modèle équivalent, il est possible d'atteindre la capacité de Shannon en mettant en œuvre l'allocation de puissance (AP) nommée water-filling [2] entre les différents sous-canaux équivalents. Cependant, les limitations de puissance mènent généralement les émetteurs primaires à laisser certains de ses sous-canaux inutilisés. En fait, les sous-canaux inutilisés, appelés dorénavant ressources spatiales, peuvent donc être réutilisées ou recyclées par un autre système fonctionnant sur la même bande de fréquences [3, 4]. Pour profiter de ces ressources, un certain schéma de construction de signal est exigé : l'émetteur secondaire doit "aligner" son interférence avec les sous-canaux inutilisés de l'émetteur primaire. Il faut noter que dans le domaine fréquentiel, cet alignement s'atteint très simplement avec la transformée de Fourier qui représente une base de décomposition fréquentielle universelle. Avec cela les utilisateurs opportunistes peuvent tout simplement identifier les différentes bandes de fréquences et transmettre à travers celles qui se trouvent libres. Au contraire, dans le domaine spatial, il n'existe pas de base de décomposition spatiale universelle pour tous les utilisateurs. Donc, les utilisateurs secondaires sont sensés

connaître le canal du système primaire (au minimum) et traiter leurs signaux pour les aligner avec les mêmes directions spatiales de ce dernier. Les premiers pas vers le concept d'alignement d'interférence sont décrits dans [5, 6, 7, 8].

Dans ce papier, nous proposons une nouvelle technique de construction de signal pour recycler les ressources spatiales. C'est à dire, une nouvelle technique d'alignement d'interférence qui exploite les directions spatiales inutilisées par une liaison primaire qui vise à maximiser son débit. Nous proposons également

un schéma d'allocation de puissance qui maximise le débit opportuniste. Cette technique est appelée alignement d'interférence car chaque ressource spatiale du système primaire peut être interprétée comme une direction de l'espace. Le lien secondaire doit donc aligner son interférence avec les directions inutilisées. Cette technique est aussi appelée opportuniste car elle profite des limitations de puissance du système primaire et de la réalisation du canal qui l'oblige à concentrer sa puissance dans quelques directions et laisser quelques unes libres.

Ce papier est organisé comme suit. Dans la première partie, la conception du système primaire qui vise à maximiser son débit est décrite. La deuxième partie traite le système opportuniste, plus précisément, le traitement du signal requis au récepteur pour aligner son interférence avec les directions inutilisées du système primaire. Nous décrivons également, l'allocation optimale de puissance. La troisième partie se concentre sur l'estimation du débit asymptotique du système op-

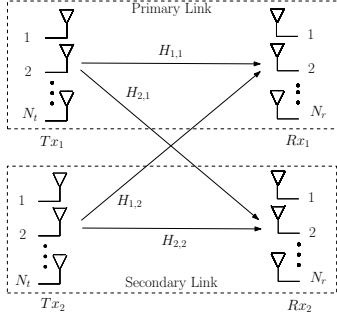


FIG. 1: Canal à interférence avec entrées et sorties multi dimensionnelles (MIMO).

portuniste. Les conclusions de cette étude sont présentées dans la dernière section.

## 2 Modélisation du Système

Nous considérons deux liaisons MIMO point-à-point unidirectionnelles fonctionnant simultanément sur la même bande de fréquence et donc sujettes à des interférences mutuelles. Les liaisons sont supposées indépendantes et non-coopératives, c'est-à-dire qu'aucun échange de messages entre les deux émetteurs n'a lieu avant ou pendant la transmission. Chaque émetteur envoie des messages privés à son récepteur respectif uniquement. Dans notre modèle, les deux émetteurs et les deux récepteurs sont respectivement équipés de  $N_t$  antennes et  $N_r$  antennes. La première paire émetteur-récepteur,  $Tx_1$  et  $Rx_1$ , est la liaison primaire autorisée à exploiter une bande de fréquence donnée de manière exclusive. La paire  $Tx_2 - Rx_2$  est une liaison opportuniste pouvant exploiter la même bande de fréquence à la condition stricte qu'aucune interférence ne doit être produite sur la liaison primaire. Chaque émetteur est limité en puissance moyenne par un niveau maximal noté  $p_{i,\max}$  pour l'émetteur  $i$ . Dans cette étude, nous considérons que les deux émetteurs sont limités par le même niveau de puissance  $p_{\max}$ , c'est-à-dire  $\forall i \in \{1, 2\}, p_{i,\max} = p_{\max}$ .

La matrice de transfert du canal entre l'émetteur  $j \in \{1, 2\}$  et le récepteur  $i \in \{1, 2\}$  est une matrice  $N_r \times N_t$ , notée  $\mathbf{H}_{ij}$ , dont les éléments sont des variables aléatoires complexes et circulaires indépendantes et identiquement distribuées (i.i.d.) selon une loi Gaussienne de moyenne nulle et de variance  $\frac{1}{N_t}$ . Les matrices de transfert des canaux sont supposées statiques pendant toute la durée de la transmission. Le vecteur regroupant les  $\zeta_i$  symboles transmis par l'émetteur  $i$  est noté  $\mathbf{s}_i = (s_{i,1}, \dots, s_{i,\zeta_i})$ . Dans notre modèle, l'émetteur  $i$  précode linéairement ses symboles en utilisant une matrice  $N_t \times \zeta_i$  notée  $\mathbf{V}_i$ . Dans le cas de la liaison primaire,  $\mathbf{V}_1$  est utilisé pour maximiser le débit. Pour la liaison secondaire,  $\mathbf{V}_2$  est utilisé pour effectuer l'alignement d'interférence. La variable  $\zeta_i$ , avec  $i \in \{1, 2\}$  est décrite dans la section Sec. 4.1. Les signaux  $\mathbf{r}_1$  et  $\mathbf{r}_2$  reçus par les récepteurs primaire et secondaire s'écrivent respectivement

$$\begin{pmatrix} \mathbf{r}_1 \\ \mathbf{r}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{H}_{11} & \mathbf{H}_{12} \\ \mathbf{H}_{21} & \mathbf{H}_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{V}_1 \mathbf{s}_1 \\ \mathbf{V}_2 \mathbf{s}_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \mathbf{n}_1 \\ \mathbf{n}_2 \end{pmatrix}, \quad (1)$$

où  $\mathbf{n}_i$  est un vecteur de dimension  $N_r$  représentant les effets du bruit thermique au récepteur  $i$ , dont les éléments sont modélisés par un processus aléatoire Gaussien complexe de moyenne nulle et de matrice de covariance  $\mathbb{E}[\mathbf{n}_i \mathbf{n}_i^H] = \sigma_i^2 \mathbf{I}_{N_r}$ ,  $\forall i \in \{1, 2\}$ . La matrice d'allocation de puissance  $\mathbf{P}_i$ , de taille  $\zeta_i \times \zeta_i$ , est

définie comme la matrice de covariance  $\mathbf{P}_i = \mathbb{E}[\mathbf{s}_i \mathbf{s}_i^H]$ . Nous supposons les contraintes de puissance suivantes:

$$\forall i \in \{1, 2\}, \quad \text{Trace}(\mathbf{V}_i \mathbf{P}_i \mathbf{V}_i^H) \leq N_t p_{\max}. \quad (2)$$

À chaque récepteur  $i$ , les signaux reçus  $\mathbf{r}_i$  sont traités par une matrice de taille  $N_r \times N_r$ , notée  $\mathbf{D}_i$ . Ainsi, le signal au récepteur après traitement, noté  $\mathbf{y}_i$ , est représenté par un vecteur de dimension  $N_r$  défini comme  $\mathbf{y}_i = \mathbf{D}_i \mathbf{r}_i \forall i \in \{1, 2\}$ .

Nous décrivons la configuration de la liaison primaires dans la section suivante. La configuration de la liaison opportuniste est décrite dans la section Sec. 4.

## 3 Conception de la Liaison Primaire

Le système primaire est modélisé par une liaison MIMO  $N_t \times N_r$  sans interférences. La stratégie optimale d'allocation de puissance pour ce modèle a été étudiée par Telatar [1]. Nous décrivons une telle stratégie par le théorème suivant.

**Théorème 1 (Telatar-1995 [1])** Soit  $\mathbf{H}_{11} = \mathbf{U}_{H_{11}} \mathbf{\Lambda}_{H_{11}} \mathbf{V}_{H_{11}}^H$  avec  $\mathbf{\Lambda} = \text{diag}(\lambda_{H_{11},1}, \dots, \lambda_{H_{11},\zeta_2})$ , la décomposition en valeurs singulières de la matrice de transfert du canal  $\mathbf{H}_{11}$  de dimensions  $N_r \times N_t$ . La liaison primaire atteint la capacité de Shannon en utilisant la configuration  $\mathbf{V}_1 = \mathbf{V}_{H_{11}}$ ,  $\mathbf{D}_1 = \mathbf{U}_{H_{11}}^H$ ,  $\mathbf{P}_1 = \text{diag}(p_{1,1}, \dots, p_{1,N_t})$ , où

$$\forall i \in \{1, \dots, N_t\}, \quad p_{1,i} = \left[ \beta - \frac{\sigma_1^2}{\lambda_{H_{11}^H H_{11},i}} \right]^+, \quad (3)$$

avec,  $\mathbf{\Lambda}_{H_{11}^H H_{11}} = \mathbf{\Lambda}_{H_{11}}^H \mathbf{\Lambda}_{H_{11}} = (\lambda_{H_{11}^H H_{11},1}, \dots, \lambda_{H_{11}^H H_{11},N_t})$ . La constante  $\beta$  est déterminée pour satisfaire la condition (Eq. 2).

Les puissances de transmission (Eq. 3) peuvent être déterminées de manière itérative en utilisant l'algorithme d'allocation de puissance nommé water-filling [2].

## 4 Conception de la Liaison Secondaire

Dans cette section, le fonctionnement de la liaison secondaire est décrit. Auparavant, on assume que les valeurs propres de toutes les matrices sont notées par ordre décroissant. C'est-à-dire, si une matrice quelconque, notée  $\mathbf{X}$  a  $N$  valeurs propres, nous les notons  $\lambda_{X,1}, \dots, \lambda_{X,N}$  et en plus,  $\lambda_{X,1} \geq \lambda_{X,2} \geq \dots \geq \lambda_{X,N}$ .

En accord, avec l'idée initiale de ne pas produire de l'interférence dans le système primaire, nous considérons que le système secondaire doit fonctionner sous la contrainte suivante:

**Définition 2 (Condition d'Alignement d'Interférence)** Le système secondaire satisfait la condition d'alignement d'interférence (AI) si le système primaire atteint le débit qu'il atteindrait quand le système secondaire ne transmet pas. Nous exprimons cette condition plus formellement comme

$$\log_2 \left| \mathbf{I}_{N_r} \sigma_1^2 + \mathbf{\Lambda}_{H_{11}} \mathbf{P}_1 \mathbf{\Lambda}_{H_{11}}^H \right| - \log_2 \left| \mathbf{I}_{N_r} \sigma_1^2 \right| = \log_2 \left| \mathbf{R} + \mathbf{\Lambda}_{H_{11}} \mathbf{P}_1 \mathbf{\Lambda}_{H_{11}}^H \right| - \log_2 \left| \mathbf{R} \right| \quad (4)$$

où la matrice  $\mathbf{R} \triangleq \sigma_1^2 \mathbf{I}_{N_r} + \mathbf{U}_{H_{11}}^H \mathbf{H}_{12} \mathbf{V}_2 \mathbf{P}_2 \mathbf{V}_2^H \mathbf{H}_{12}^H \mathbf{U}_{H_{11}}$  est la matrice de covariance du signal d'interférence produite par l'émetteur secondaire ajoutée au bruit du récepteur primaire.

La condition suffisante d'alignement d'interférence est satisfaite si la matrice de pré-traitement  $\mathbf{V}_2$  est telle que

$$\mathbf{H}_{12}\mathbf{V}_2 = \mathbf{0}_{N_r \times \zeta_2}. \quad (5)$$

Cette solution est connue comme formation de faisceaux à forçage de zéro (Zero-Forcing beamforming) [9]. Cependant, cette solution n'exploite pas le fait que la liaison primaire laisse inutilisées certaines directions spatiales à cause de ses limitations de puissance de transmission. En fait, chaque direction inutilisée du système primaire peut être interprétée comme une opportunité additionnelle de transmission pour le système secondaire.

**Définition 3 (Opportunités de Transmission supplémentaires)** Nous disons que le système opportuniste a  $S$  opportunités de transmission s'il existe un ensemble  $S \subset \{1, \dots, \min(N_t, N_r)\}$  tel que  $|S| = S$  et pour tout  $s \in S$ ,  $\lambda_{H_{11}^H H_{11}, s} \neq 0$  et  $p_{1,s} = 0$ .

## 4.1 Schéma Optimal de Pré et Post-Traitement du Signal

Pour profiter des OT identifiées dans la section précédente, l'émetteur opportuniste doit déterminer sa matrice de pré-traitement  $\mathbf{V}_2$  pour satisfaire la condition (Def. 2) indépendamment de la matrice d'allocation de puissance  $\mathbf{P}_2$ . Ce résultat est fourni par le théorème suivant:

**Théorème 4 (Matrice optimale de pré-traitement  $\mathbf{V}_2$ )** Nous considérons la matrice  $\tilde{\mathbf{H}} = \mathbf{U}_{H_{11}}^H \mathbf{H}_{12}$  et sa structure de blocs

$$\tilde{\mathbf{H}} = \begin{matrix} N_r - S \\ S \end{matrix} \left( \begin{array}{c} \tilde{\mathbf{H}}_1 \\ \tilde{\mathbf{H}}_2 \end{array} \right). \quad (6)$$

La condition d'AI (Def. 2) est satisfaite indépendamment de la matrice d'allocation de puissance  $\mathbf{P}_2$  quand la matrice de pré-traitement  $\mathbf{V}_2$  satisfait la condition:

$$\tilde{\mathbf{H}}_1 \mathbf{V}_2 = \mathbf{0}_{N_r \times \zeta_2}. \quad (7)$$

Il est important de remarquer que n'importe quelle solution différente de celle du théorème (Th. 4) implique une matrice d'allocation de puissance particulière. Dans notre cas, le but est précisément de satisfaire la condition d'AI en ajustant seulement la matrice de pré-traitement. De cette manière, la matrice d'allocation de puissance reste libre pour être ajustée en cherchant la maximisation du débit du système secondaire. La matrice de post-traitement du signal est choisie tout simplement comme un filtre blanchisseur du signal d'entrée. Ce choix est optimal dans le sens qu'il n'existe aucune perte d'information mutuelle entre le signal d'entrée et le signal après le filtrage. Donc,

$$\mathbf{D}_2 = \mathbf{Q}^{-\frac{1}{2}}, \quad (8)$$

où  $\mathbf{Q} = \mathbf{H}_{21} \mathbf{V}_{H_{11}} \mathbf{P}_1 \mathbf{V}_{H_{11}}^H \mathbf{H}_{21}^H + \sigma_2^2 \mathbf{I}_{N_r}$  est la matrice de covariance du signal d'interférence produit par le système primaire ajoutée au bruit du récepteur secondaire.

La section suivante s'occupe du problème d'optimisation qui vise la maximisation du débit opportuniste.

## 4.2 Schéma d'Allocation de Puissance

Le problème d'intérêt dans cette section peut être écrit comme:

$$\begin{aligned} \max_{\mathbf{P}_2} \quad & \log_2 \left| \mathbf{I}_{N_r} + \mathbf{Q}^{-1} \mathbf{H}_{22} \mathbf{V}_2 \mathbf{P}_2 \mathbf{V}_2^H \mathbf{H}_{22}^H \right| \\ \text{s.t.} \quad & \text{Trace} \left( \mathbf{V}_2 \mathbf{P}_2 \mathbf{V}_2^H \right) \leq p_{\max}. \end{aligned} \quad (9)$$

Avant de résoudre le problème d'optimisation dans (Eq. 9), nous décrivons brièvement l'allocation uniforme de puissance (AUP). Dans quelques situations, AUP peut être préférée à la solution optimale (Allocation Optimale de Puissance, AOP) pour sa simplicité de calcul. En effet, pour un petit nombre de OTs, par exemple  $S < 3$ , le gain en débit obtenu avec AOP n'est pas très significatif par rapport à celui d'AUP.

### 4.2.1 Allocation Uniforme de Puissance

Dans le cas d'AUP, l'émetteur divise la totalité de sa puissance entre toutes les TO ayant été identifiées, i.e.,  $\mathbf{P}_{2,UPA} = \gamma \mathbf{I}_{\zeta_2}$  où

$$\gamma = \frac{N_t p_{\max}}{\text{Trace} \left( \mathbf{V}_2 \mathbf{V}_2^H \right)}. \quad (10)$$

### 4.2.2 Allocation Optimale de Puissance

La puissance de transmission qui maximise le débit du système secondaire, i.e. la solution au problème d'optimisation (Eq. 9), est aussi une allocation de puissance sous la forme du water-filling.

**Théorème 5 (Allocation Optimal de Puissance)** Nous considérons

la matrice  $\mathbf{K} \triangleq \mathbf{Q}^{-\frac{1}{2}} \mathbf{H}_{22} \mathbf{V}_2$  et sa décomposition en valeurs singulières  $\mathbf{K} = \mathbf{U}_K \mathbf{\Lambda}_K \mathbf{V}_K^H$ , avec  $\mathbf{\Lambda}_K = \text{diag}(\lambda_{K,1}, \dots, \lambda_{K,\zeta_2})$ . La matrice d'allocation optimale de puissance est

$$\mathbf{P}_2 = \mathbf{V}_K \tilde{\mathbf{P}} \mathbf{V}_K^H, \quad (11)$$

où  $\tilde{\mathbf{P}} = \text{diag}(\tilde{p}_1, \dots, \tilde{p}_{\zeta_2})$  est une matrice diagonale avec entrées données par

$$\forall i \in \{1, \dots, \zeta_2\}, \quad \tilde{p}_{2,i} = \left[ \beta_o - \frac{1}{\lambda_{K^H K, i}} \right]^+. \quad (12)$$

La matrice  $\lambda_{K^H K} = \lambda_{K^H} \lambda_K = \text{diag}(\lambda_{K^H K,1}, \dots, \lambda_{K^H K,\zeta_2})$  et  $\beta_o$  est une constante qui satisfait les contraintes de puissance du système secondaire (Eq. 2).

La Fig. 2 montre les débits atteignables du système secondaire pour un nombre arbitraire d'antennes quand  $N_t = N_r + 1$ . Il faut noter que la performance de la technique d'IA est toujours supérieure ou égale à celle de la technique de formation de faisceaux à forçage de zéro (Zero-Forcing Beamforming) [9].

## 5 Débit Asymptotique de la Liaison Secondaire

Le débit asymptotique du système secondaire peut-être déterminée sous l'hypothèse d'un grand nombre d'antennes, i.e.  $N_t, N_r \rightarrow \infty$ , avec  $\frac{N_r}{N_t} = \alpha < \infty$  en utilisant le théorème suivant:

**Théorème 6 (Débit Asymptotique de la Liaison Secondaire)**

Nous considérons un système primaire et secondaire qui utilisent leurs configurations optimales. Nous assumons que  $N_r, N_t \rightarrow \infty$ , avec  $\frac{N_r}{N_t} \rightarrow \alpha < \infty$ , et  $\mathbf{M}_1 \triangleq \mathbf{H}_{12} \mathbf{V}_{H_{11}} \mathbf{P}_1 \mathbf{V}_{H_{11}}^H \mathbf{H}_{12}^H$ ,

$\mathbf{M}_2 \triangleq \mathbf{H}_{22} \mathbf{V}_2 \mathbf{P}_2 \mathbf{V}_2^H \mathbf{H}_{22}^H$ ,  $\mathbf{M} \triangleq \mathbf{M}_1 + \mathbf{M}_2$ . Alors, le débit asymptotique par antenne du système opportuniste ( $Tx_2-Rx_2$ ) est donnée par

$$\bar{R}_2(p_{\max}, \sigma_2^2) = \frac{1}{\ln 2} \int_{\sigma_2^2}^{+\infty} \mathbf{G}_{M_1}(-\sigma_2^2) - \mathbf{G}_M(-\sigma_2^2) d\sigma_2^2, \quad (13)$$



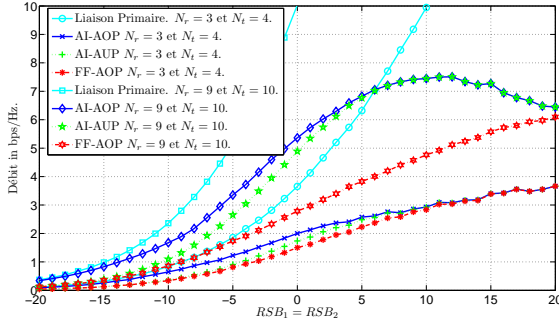


FIG. 2: Débit du système opportuniste comme fonction du rapport signal sur bruit  $RSB_1 = \frac{p_{\max}}{\sigma_1^2}$ . Le nombre d'antennes satisfait  $N_t = N_r + 1$ , avec  $N_r \in \{3, 9\}$  et  $RSB_1 = RSB_2$ . La technique de formation de faisceaux (FF) à forçage de zero suit l'équation (Eq. 5) avec puissance optimale.

où,  $G_M(z)$  et  $G_{M_1}(z)$  sont les transformées de Stieltjes des distributions empiriques des valeurs propres des matrices  $M$  et  $M_1$ , respectivement. Le deux  $G_M(z)$  et  $G_{M_1}(z)$  sont obtenus comme solutions des équations de point fixe (avec solution unique quand  $z \in \mathbb{R}_-$ ),  $G_M(z) = \frac{-1}{z - g(G_M(z)) - h(G_M(z))}$ , et  $G_{M_1}(z) = \frac{-1}{z - g(G_{M_1}(z))}$ , respectivement. Les fonctions  $g(z)$  et  $h(z)$  sont définies comme

$$g(u) \triangleq \mathbb{E} \left[ \frac{p_1}{1 + \frac{1}{\alpha} p_1 u} \right], \text{ and} \quad (14)$$

$$h(u) \triangleq \mathbb{E} \left[ \frac{p_2}{1 + \frac{1}{\alpha} p_2 u} \right]. \quad (15)$$

$$(16)$$

Dans les expressions (Eq. 14) et (Eq. 15) l'espérance est calculée avec la distribution de probabilité des variables  $p_1$  et  $p_2$ , i.e.,  $F_{P_j}(\lambda)$ , où

$$\forall j \in \{1, 2\}, \quad F_{P_j}(\lambda) \triangleq \frac{1}{\zeta_j} \sum_{i=1}^{\zeta_j} \mu(\lambda - p_{j,i}). \quad (17)$$

La Fig. 3 montre le débit asymptotique obtenue avec le théorème (Th. 6) et le débit obtenu en utilisant un grand nombre d'antennes quand  $N_r = N_t$ . Ces résultats montrent que dans le régime asymptotique, le système opportuniste arrive à atteindre des débits du même ordre de ceux du système primaire. Plus important, la figure montre comme le rapport signal sur bruit (RSB) du système primaire joue un rôle important dans le débit atteignable du système secondaire.

## 6 Conclusions

Nous avons proposé une nouvelle technique qui permet aux liaisons point-à-point MIMO opportunistes de recycler les ressources spatiales laissées inutilisées par des liaisons point-à-point MIMO primaires. Nous avons fourni la technique de construction de signal pour exploiter ces ressources spatiales et aussi un schéma d'allocation de puissance qui maximise le débit des liaisons opportunistes. Une analyse sous l'hypothèse d'un grand nombre d'antennes permet de déterminer asymptotiquement le débit maximal du système secondaire. D'après cette analyse on trouve que le système secondaire est capable d'atteindre des débits de transmission du même ordre que la liaison primaire.

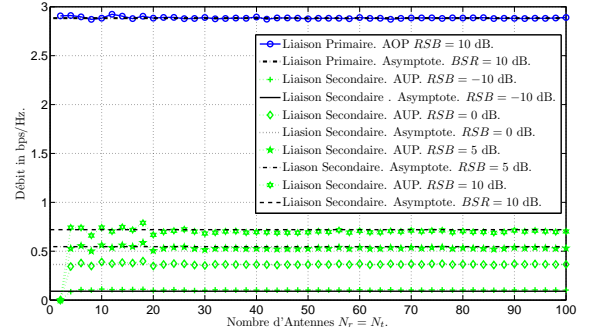


FIG. 3: Débit Asymptotique du système opportuniste avec AUP observée par simulation comme fonction du nombre d'antennes quand  $N_r = N_t$  à différents niveaux de RSB.  $RSB = \frac{p_{\max}}{\sigma^2}$ . Les lignes noirs sont des asymptotes déterminées par le Th. 6. Les asymptotes du système primaire sont données par [10].

## References

- [1] E. Telatar, "Capacity of multi-antenna gaussian channels," *Technical Report - Bell Labs.*, 1995.
- [2] T. M. Cover and J. A. Thomas, "Elements of information theory," 1991.
- [3] S. M. Perlaza, M. Debbah, S. Lasaulce, and J.-M. Chaufray, "Opportunistic interference alignment in mimo interference channels," *IEEE-PIMRC*, pp. 1–5, Sept. 2008.
- [4] S. M. Perlaza, N. Fawaz, M. Debbah, and S. Lasaulce, "From spectrum pooling to space pooling: Opportunistic interference alignment in mimo cognitive networks," *Submitted to IEEE Transactions on Signal Processing*, July 2009.
- [5] V. Cadambe and S. Jafar, "Interference alignment and degrees of freedom of the  $k$ -user interference channel," *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 54, no. 8, pp. 3425–3441, Aug. 2008.
- [6] V. C. K. Gomadam and S. Jafar, "Approaching the capacity of wireless networks through distributed interference alignment," *IEEE Globecom2008*, Nov. 2008.
- [7] M. Maddah-Ali, A. Motahari, and A. Khandani, "Communication over mimo x channels: Interference alignment, decomposition, and performance analysis," *IEEE Transactions on Information Theory*, vol. 54, no. 8, pp. 3457–3470, Aug. 2008.
- [8] H. Weingarten, S. Shamai, and G. Kramer, "On the compound mimo broadcast channel," *Annual Information Theory and Applications Workshop-UCSD*, Jan. 2007.
- [9] A. Paulraj, R. Nabar, and D. Gore, *Introduction to Space-Time Wireless Communications*. Cambridge, U.K: Cambridge Univ. Press, 2003.
- [10] G. J. Foschini, "Layered space-time architecture for wireless communication in a fading environment when using multi-element antennas," *Bell Laboratories Technical Journal*, p. 41–59, October 1996.